DETERMINATION EXACTE DU FACTEUR DE FANNING OU DE DARCY

Les ingénieurs d'exploitation des industries chimique ou pétrochimique sont souvent confrontés aux calculs hydrauliques pour déterminer des débits de canalisations, concevoir des circuits de distribution, calculer un orifice de restriction, dimensionner les trous d'un distributeur, etc… Tous ces calculs font appel à l'équation de Darcy dont dériveront l'abaque de Moddy et celles de l'ingénieur français Paul Lefèvre qui publie en 1975 son recueil pour le calcul des pertes de charge des liquides dans les conduites.
L'utilisation d'abaques n'est pas aisée surtout à notre époque, de plus l'omniprésente de l'outil informatique les rendent obsolètes. Il est cependant utile dans quelques situations, certes peu nombreuses, de revenir à l'équation de base. Dans de cas cet article vous sera utile.

Le facteur de friction est calculé à partir de l'équation de Colebrook :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{2{,}51}{R_e\sqrt{f}}\right) \quad (1)$$

Avec :
f = facteur de Darcy
ε = rugosité absolue de la tuyauterie de même unité que D
D = diamètre de la tuyauterie de même unité que ε
R_e = nombre de Reynolds de l'écoulement dans la tuyauterie

L'équation de Colebrook est implicite en f et sa solution est obtenue par des méthodes numériques qui ont fait le bonheur de nombreuses générations de taupins. Il existe cependant une autre méthode très simple et parfaitement adaptée à l'utilisation d'un tableur comme Excel. Elle a été développée par H. J. Chen dans un article paru dans Chemical Engineering.

Commençons par la substitution du terme (2) dans l'équation (1). Une estimation (3) du facteur de friction peut être obtenue par l'équation de Blasius où le facteur 4 convertit le facteur de Darcy en celui de Fanning. Cette équation est valide pour un nombre de Reynolds compris entre 2100 et 10^5 et pour des tuyauteries lisses où $\varepsilon / D = 0$. Elle est utile pour estimer le facteur de friction dans le domaine $0{,}0178 < f < 0{,}0467$. En utilisant une valeur moyenne de $0{,}0323$ pour f on obtient 14 pour l'estimation du terme $\frac{2{,}51}{R_e\sqrt{f}}$.

$$\frac{2{,}51}{R_e\sqrt{f}} \quad (2)$$

$$\frac{f}{4} = \frac{0{,}0791}{R_e^{\frac{1}{4}}} \quad (3)$$

Ainsi l'équation (1) s'écrit (4). En réinjectant ce terme dans l'équation (1) on obtient l'équation (5) en première itération.

Avec $A = \frac{\varepsilon}{3{,}7D}$ et $B = \frac{5{,}02}{R_e}$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{14}{R_e}\right) \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(A - B\log(A + \frac{14}{R_e})\right) \quad (5)$$

La cinquième itération est suffisante pour obtenir une très bonne précision :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(A - \log(A - B\log(A - B\log(A - B\log(A - B\log(A + \frac{14}{R_e})))))\right)$$

Il s'agit ici d'une estimation polynomiale par la méthode de Horner.